මාපාංක ප්‍රස්තාර

විචල ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාර :

ප්‍රස්තාර
- ① රේඛීය ප්‍රස්තාර
- ② වක්‍ර ප්‍රස්තාර

01 රේඛීය ප්‍රස්තාර

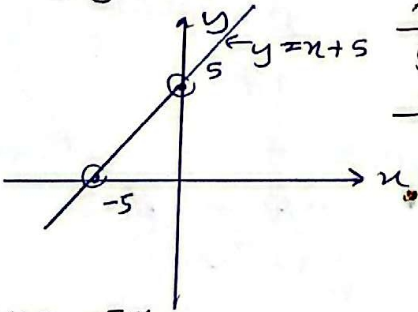
($y = mx + c$, $ax + by + c = 0$)

පියවර : x වල ඕනෑම අගයන් දෙකක y වල අගයන් සොයා ඛණ්ඩාංකයෙන් ලකුණු කර ප්‍රස්තාර ඇඳිය හැක.

① $x = 0$ විට, y සොයන්න. (y අක්ෂය කපන ස්ථානය)

② $y = 0$ විට, x සොයන්න (x අක්ෂය " ")

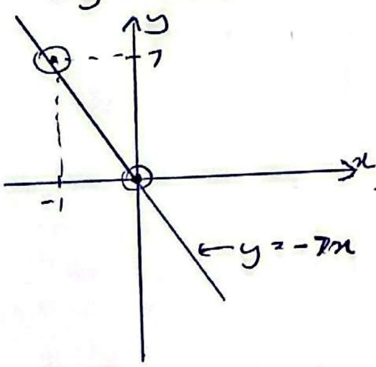
උදා: ① $y = x + 5$



$x = 0$ විට, $y = 5$

$y = 0$ විට, $x = -5$

② $y = -7x$



$x = 0$ විට, $y = 0$

$y = 0$ විට, $x = 0$

$x = -1$, $y = 7$

02 වක්‍ර ප්‍රස්තාර :

[$y = mx^{(1+n)}$] [$y = mx^2$, $y = mx^3 + c$]

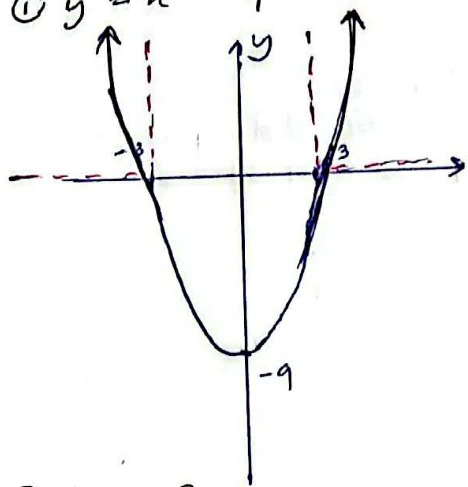
පියවර :

① $x = 0$ විට ; y සොයන්න

② $y = 0$ විට ; x සොයන්න.

③ $x = +\infty$ විට ; y සොයන්න, $x = -\infty$ විට ; y සොයන්න [මෙහිදී විචල්‍යයේ ඇති ඉහළම බලය පමණක් සලකන්න]

① $y = x^2 - 9$



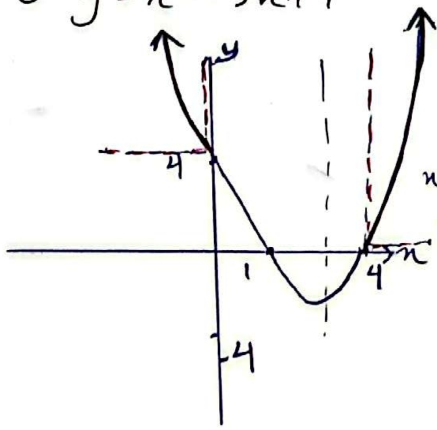
$x = 0$, $y = -9$

$y = 0$, $(x-3)(x+3) = 0$, $x = 3$, $x = (-3)$

$x = +\infty$, $y = x^2$, $y = \infty$

$x = -\infty$, $y = x^2$, $y = (-\infty)^2$, $y = \infty$

② $y = x^2 - 5x + 4$



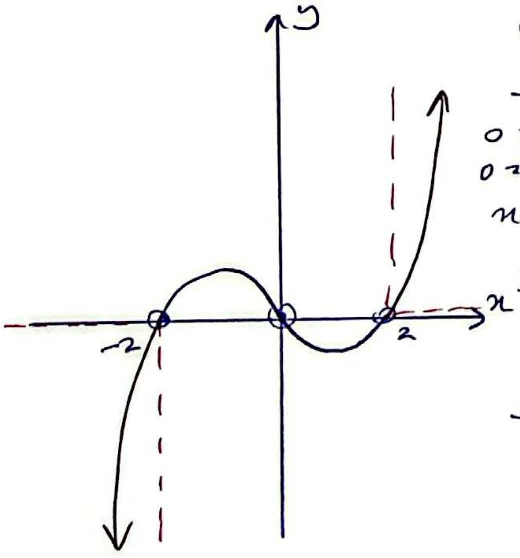
$x = 0$, $y = 4$

$y = 0$, $x^2 - x - 4x + 4 = 0$, $(x-1)(x-4) = 0$, $x = 1$, $x = 4$

$x = +\infty$, $y = x^2$, $y = \infty$

$x = -\infty$, $y = \infty$

③ $y = x^3 - 4x$



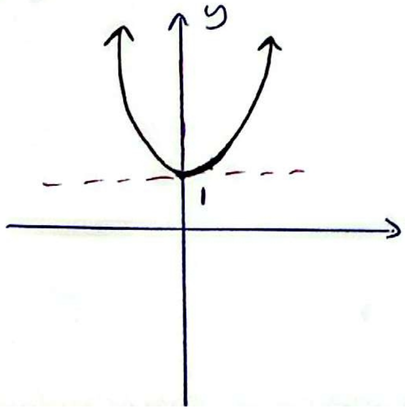
$x = 0$, $y = 0$

$y = 0$, $0 = x(x^2 - 4)$, $0 = x(x-2)(x+2)$, $x = 0$, $x = 2$, $x = (-2)$

$x = +\infty$, $y = x^3$, $y = +\infty$

$x = -\infty$, $y = x^3$, $y = (-\infty)^3$, $y = -\infty$

④ $y = 5x^2 + 1$



$x = 0$, $y = 1$

$y = 0$, $x^2 = -\frac{1}{5}$, $x \neq 0$

$x = +\infty$, $y = \infty$

$x = -\infty$, $y = x^2$, $y = \infty$

Note:

මාපාංක ශ්‍රිතය

+ අගය (නිරපේක්ෂ අගය)

$|5| = 5$, $|-5| = 5$

මාපාංකයේ ඇතුළ ඉවත් කිරීම,

$$|\lambda| = \begin{cases} \lambda \geq 0 \text{ නම්} & |\lambda| = \lambda \\ \lambda < 0 \text{ නම්} & |\lambda| = -\lambda \end{cases}$$

උදා: ① **1 ක්‍රමය**

$$|x-5| = \begin{cases} x-5 \geq 0 \text{ නම්}; & |x-5| = (x-5) \\ \quad x \geq 5 & \\ x-5 < 0 \text{ නම්}; & |x-5| = -(x-5) \\ \quad x < 5 & \end{cases}$$

2 ක්‍රමය

$|x-5|$ $\quad x-5=0$, $x=5$

$x=5$

$x<5$	$x>5$
$-(x-5)$	$(x-5)$

② $|4-x|$ $\quad 4-x=0$, $x=4$

$x=4$

$x<4$	$x>4$
$+(4-x)$	$-(4-x)$
$(4-x)$	$-(4-x)$

③ $|x^2-1|$

$x^2-1=0$

$(x-1)(x+1)=0$

$x=1$, $x=-1$

$x=-1$		$x=1$
$x=-2$	$x=0$	$x=2$
$+(x^2-1)$	$-(x^2-1)$	$+(x^2-1)$
(x^2-1)	$-(x^2-1)$	(x^2-1)

④ $|x^2-x-2|$

$x^2-x-2=0$

$(x-2)(x+1)=0$

$x=-1$, $x=2$

$x=-3$	$x=0$	$x=3$
$-(x-2)(x+1)$	$-(x-2)(x+1)$	$(x-2)(x+1)$
$+(x^2-x-2)$	$-(x^2-x-2)$	$+(x^2-x-2)$

මාපාංක ප්‍රස්තාර ඇඳීම

① මාපාංකය ඉවත් ක්‍රමය (ඇතුළ ඉවත් කිරීමේ ක්‍රමය)

② මව් ප්‍රස්තාර ක්‍රමය

① මාපාංකය ප්‍රස්තාර ක්‍රමය

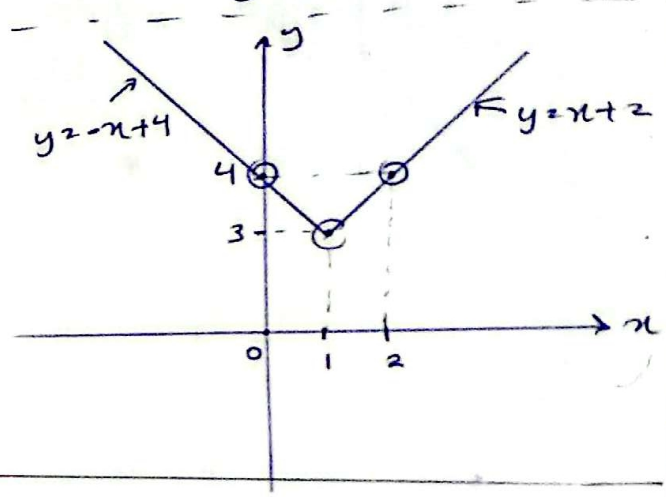
[ඇතුළ ඉවත් කිරීමේ ක්‍රමය]

① $y = |x-1| + 3$ $\quad x-1=0$, $x=1$

$x=1$

$x<1$	$x>1$
$y = -(x-1)+3$	$y = x-1+3$
$y = -x+4$	$y = x+2$
$x=0$, $y=4$	$x=2$, $y=4$

$x=1$, $y=3$

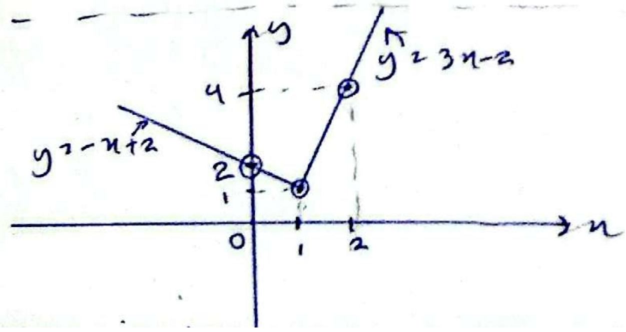


② $y = 2|x-1| + x$ $\quad x-1=0$, $x=1$

$x=1$

$x<1$	$x>1$
$y = -(2x-2)+x$	$y = +2x-2+x$
$y = -2x+2+x$	$y = 3x-2$
$y = -x+2$	
$x=0$, $y=2$	$x=2$, $y=4$

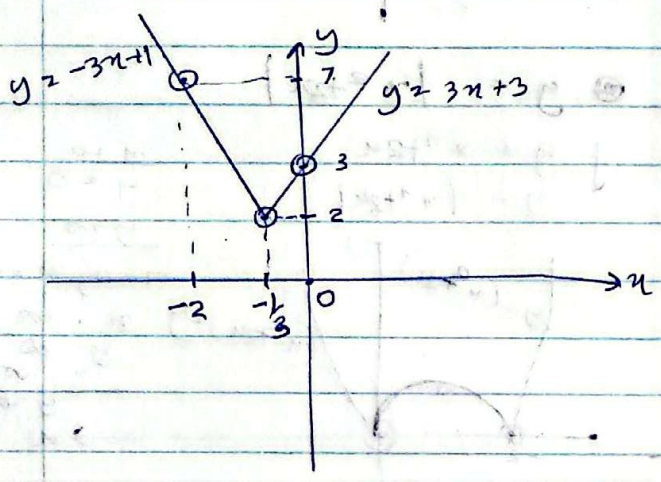
$x=1$, $y=1$



③ $y = |3x+1| + 2$

$x = -\frac{1}{3}$

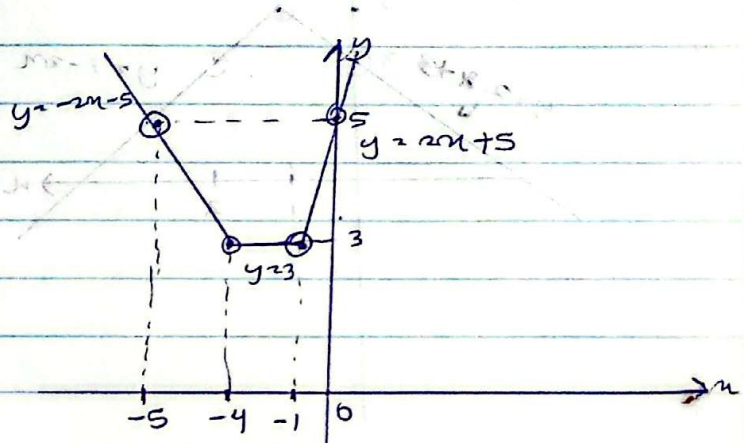
$x < -\frac{1}{3}$	$x \geq -\frac{1}{3}$
$y = -(3x+1)+2$	$y = 3x+1+2$
$y = -3x+1$	$y = 3(x+1)$
$x = -2$	$x = 0$
$y = 7$	$y = 3$
$x = -\frac{1}{3}$	
$y = 2$	



⑤ $y = |x+1| + |x+4|$

$x = -1$ $x = -4$

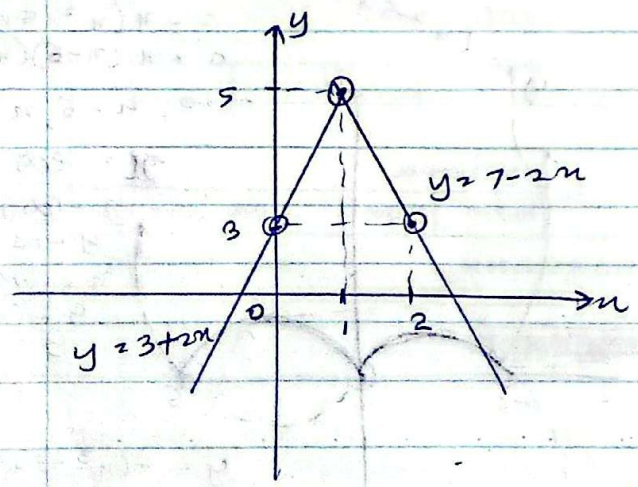
$x < -4$	$-4 \leq x < -1$	$x \geq -1$
$y = -x-1-x-4$	$y = -x-1+x+4$	$y = x+1+x+4$
$y = -2x-5$	$y = 3$	$y = 2x+5$
$x = -5$	$x = -4$ ✓	$x = -1$ ✗
$y = 5$	$y = 3$	$y = 3$
		$x = 0$
		$y = 5$



④ $y = 5 - 2|x-1|$

$x = 1$

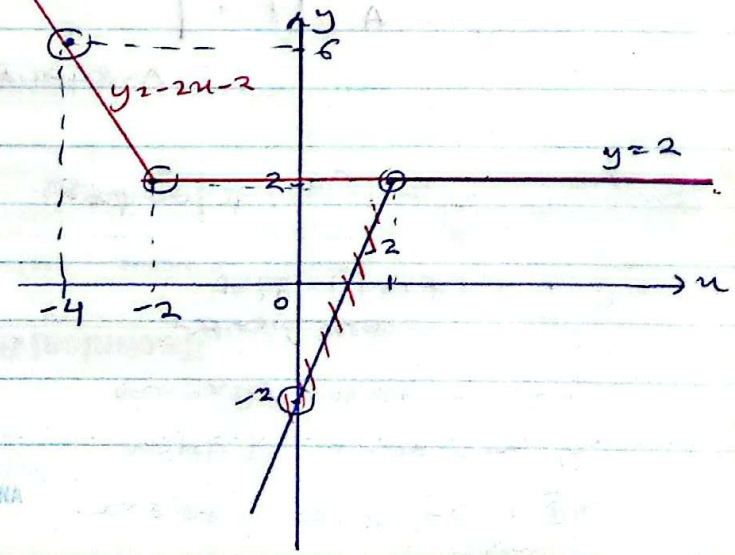
$x < 1$	$x \geq 1$
$y = 5-2(-[x-1])$	$y = 5-2x+2$
$y = 5+2(x-1)$	$y = 7-2x$
$y = 3+2x$	$x = 2$
$x = 0$	$y = 3$
$y = 3$	
$x = 1$	
$y = 5$	



⑥ $y = |x+2| - x$

$x = -2$

$x < -2$	$x \geq -2$
$y = -x-2-x$	$y = x+2-x$
$y = -2x-2$	$y = 2$
$x = -4$	$x = -3$
$y = +6$	$y = 2$

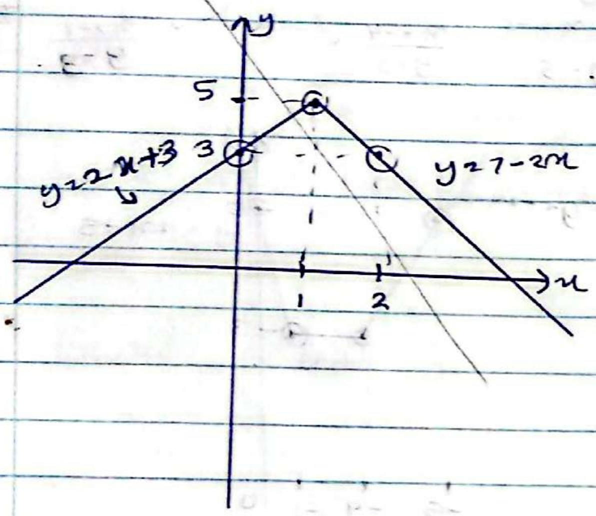


* මාපාංකයේ ඇතුළත
ශුන්‍යකරන අගය
y අක්ෂයට සමමිතිකයි
(ප්‍රස්තාර ඇඳීමට පහසුයි)

② $y = 5 - 2|x-1|$

$x = 1$

$y = 5 + 2x - 2$	$y = 5 - 2x + 2$
$y = 2x + 3$	$y = 7 - 2x$
$x = 0$, $y = 3$	$x = 3$, $y = 3$
$x = 1$, $y = 5$	

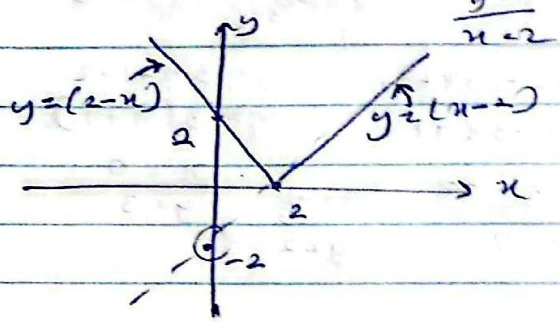


① $y = |x - 2|$

$y = x - 2$
$y = |x - 2|$

$x = 0$, $y = -2$

$y = 0$, $x = 2$



② $y = |x^2 + 2x|$

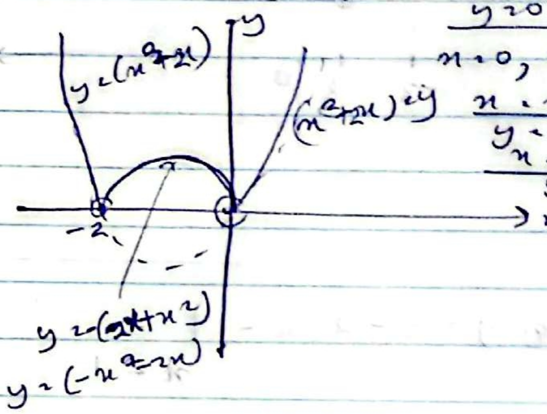
$y = x^2 + 2x$
$y = |x^2 + 2x|$

$x = 0$, $y = 0$

$y = 0$: $x = 0,\ x = -2$

$x \to +\infty$, $y \to \infty$

$x \to -\infty$, $y \to \infty$



@ මිශ්‍ර ප්‍රස්තාර ඇඳීම

* ඕනෑම ශ්‍රිතයක් සහ මාපාංකයෙන් සෑදූ ශ්‍රිත ප්‍රස්තාරය ... ඇඳීම ...

$y = |f(x)|$

$y = |f(x)| \pm A$

$y = A\,|f(x)|$

A = නියතයකි

* සෑම මාපාංක, සහ මාපාංක ඇතුළත ශ්‍රිතවල දී මෙම ක්‍රමය වඩා පහසුයි.

③ $y = |x^3 - 5x^2 - 6x|$

$x = 0$, $y = 0$

$y = 0$

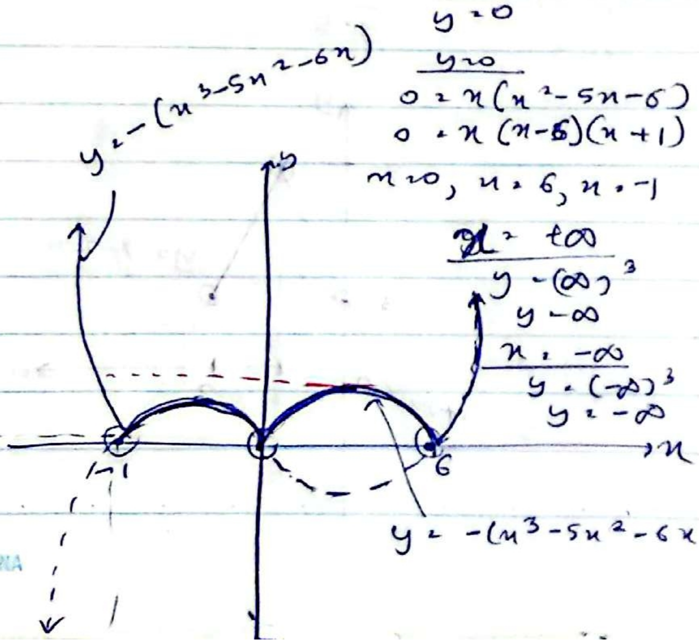
$0 = x(x^2 - 5x - 6)$

$0 = x(x-6)(x+1)$

$x = 0,\ x = 6,\ x = -1$

$x \to +\infty$, $y \to (\infty)^3$, $y \to \infty$

$x \to -\infty$, $y \to (-\infty)^3$, $y \to -\infty$

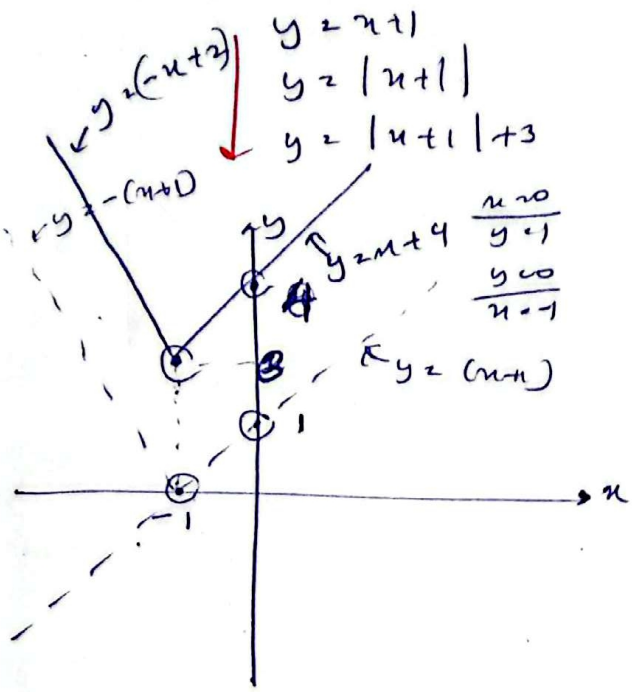


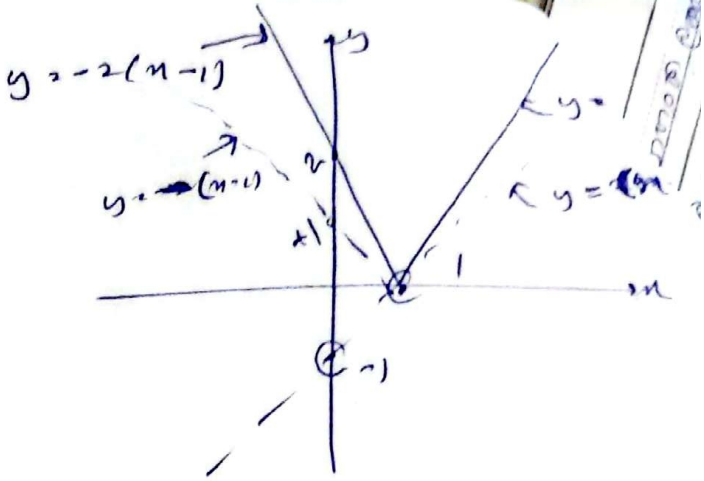
පියවර — $y = |f(x)|$ ඇඳීමට ප්‍රථම

① $y = (f(x))$ ප්‍රස්තාරය සාමාන්‍ය ආකාරයට

② ඉහළ (+) කොටස එලෙසම තබා y (−) කොටස X අක්ෂය වටා ඉහළට දර්පණ ප්‍රතිබිම්බය ඇඳීම.

④ $y = |x+1|+3$





⑤ $y = |x^2-1| - 1$

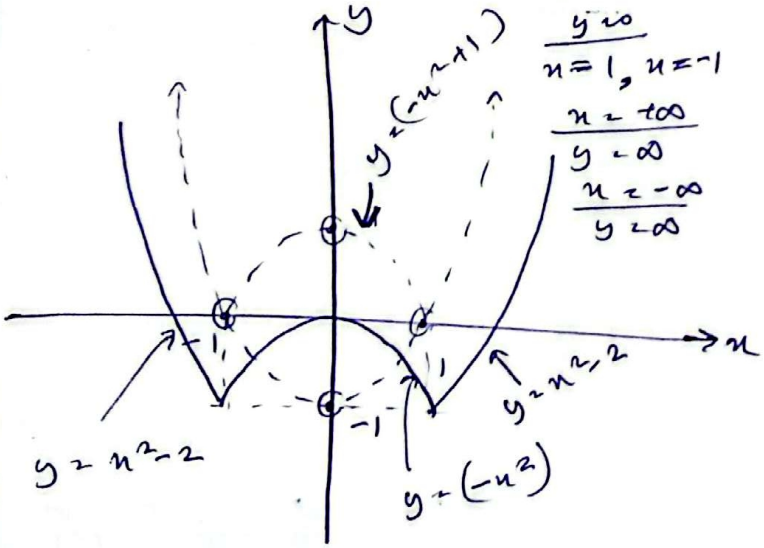
$y = x^2-1$
$y = |x^2-1|$
$y = |x^2-1| - 1$

$x = 0$
$y = -1$

$y = 0$
$x = 1, x = -1$

$x = +\infty$
$y = \infty$

$x = -\infty$
$y = \infty$



⑥ $y = 2|x-1|$

$y = (x-1)$
$y = |x-1|$
$y = 2|x-1|$

$x = 0$
$y = -1$

$y = 0$
$x = 1$

DATE .... NO ....

මාපාංක ලකුණ සහිත අසමානතා විසඳීම

කුම දෙකයි . ① විචීය ක්‍රමය
② ප්‍රස්තාරික ක්‍රමය

2.10. විචීය ක්‍රමය

① $|2x+5| \geq 3$

$x=(-4)$ $x=(-5/2)$ $x=(-1)$

$-(2x+5) \geq 3$

$-2x-5-3 \geq 0$

$-2x \geq 8$

$x \leq -4$

$+(2x+5) \geq 3$

$2x+2 \geq 0$

$2x \geq -2$

$x \geq -1$

$x \in [-\infty, -4] \cup [-1, +\infty)$

② $|x-2| < 2x$

$x=3/2$ $x=2$

$-x+2 < 2x$

$2 < 3x$

$x > \frac{3}{2}$

$x-2 < 2x$

$-2 < x$

$x > -2$

ප්‍රතික්ෂේපනය

$x \in (\frac{2}{3}, +\infty)$

③ $|x+2| > |2x+1|$

$x=(-2)$ $x=(-\frac{1}{2})$

$x=-2$ $x=(-\frac{1}{2})$ $x=1$

$x=(-1)$

$-x-2 > -2x-1$	$x+2 > -(2x+1)$	$x+2 > 2x+1$
$-1 > -x$	$x+2 > -2x-1$	$1 > x$
$x < 1$	$3 > -3x$	
ප්‍රතික්ෂේපනය,	$x > -1$	

නිවැරදියි.

$x \in (-1, 1)$

(d) $|x-3| \geq 2|x|$

$x=3$ $x=0$

$-x+3 \geq -2x$

$x \geq -3$

$-x+3 \geq 2x$

$3 \geq 3x$

$1 \geq x$

$x-3 \geq 2x$

$-3 \geq x$

$x \in [-3, 1]$

(e) $|x-2| \leq |x+4|$

$x=2$ $x=(-4)$

$x=(-4)$ $x=(-1)$ $x=2$

$-x+2 \leq x+4$

$2 \leq 4$

$-x+2 \leq x+4$

$-2 \leq 2x$

$-1 \leq x$

$x-2 \leq x+4$

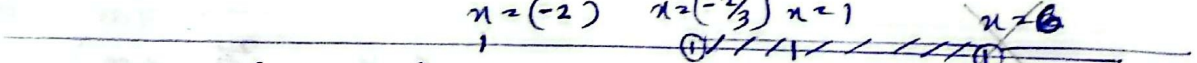
$-2 \leq 4$

$x \in [-1, +\infty)$

(f) $|x-1| - |\frac{1}{2}x+1| < 1$

$x=1$ $x=(-2)$

$x=(-2)$ $x=(-\frac{2}{3})$ $x=1$



$-x+1-(-\frac{1}{2}x-1) < 1$

$-x+1+\frac{1}{2}x+1 < 1$

$-\frac{1}{2}x < -1$

$x > 2$

$-x+1-(\frac{1}{2}x+1) < 1$

$-x+1-\frac{1}{2}x-1 < 1$

$-\frac{3}{2}x < 1$

$x > -\frac{2}{3}$

$x-1-\frac{1}{2}x-1 < 1$

$\frac{1}{2}x < 3$

$x < 6$

$x \in (-\frac{2}{3}, 6)$

DATE .... NO ....

$x^2 > |5x+6|$

$x = \left(-\frac{6}{5}\right)$

$x=(-3)$ $\quad x=(-2)$ $\quad x=-6/5$ $\quad x=(-1)$ $\quad x=6$

$x^2 > -5x-6$	$x^2 > +5x+6$
$x^2+5x+6>0$	$x^2-5x-6>0$
$(x+3)(x+2)>0$	$(x-6)(x+1)>0$
$x=(-3)$ $\quad x=(-2)$	$x=(-1)$ $\quad x=6$
$(-)(-)$ $(+)$ $\quad (-)$ $\quad (+)$	$(-)(-)$ $(+)$ $\quad (-)$ $\quad (+)$

$x \in (-\infty, -3) \cup (-2, -1] \cup (6, +\infty)$

⑧ $|x^2-2x| < x$

$|(x)(x-2)| < x$

$x=0 \quad x=2$

$x=0 \quad x=1 \quad x=2 \quad x=3$

~~$-x^2+2x-x<0$~~

$x=(-1)$ නම්,	$x=1$ නම්,	$x=3$ නම්,
$(1+2)=+3$ $(+)$	$(1-2)-1$ $(-)$	$(9-6)=3$ $(+)$
$(x^2-2x)<x$	$-(x^2-2x)<x$	$(x^2-2x)<x$
$x^2-2x-x<0$	$x^2-2x>-x$	same.
$x(x-3)<0$	$x^2-x>0$	
	$x(x-1)>0$	
$x=0$ $\quad x=3$	$x=0$ $\quad x=1$	
$(-)(-)$ $(+)$ $\quad (-)$ $\quad (+)$	$(-)(-)$ $(+)$ $\quad (-)$ $\quad (+)$	$x \in (1,3)$

⑨ $x^2-5x+9 < |x-6|$

$x=6$

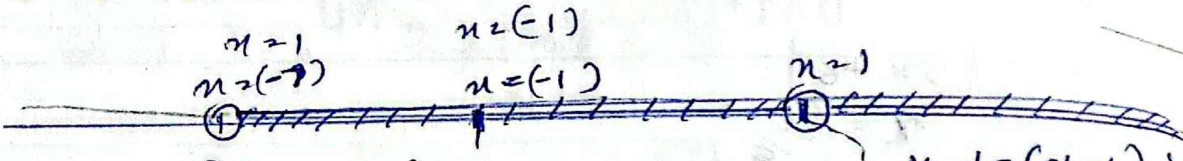
$x=1 \quad x=3 \quad x=6$

$x^2-5x+9 < -x+6$	$x^2-5x+9 < x-6$
$x^2-4x+3<0$	$x^2-6x+15<0$
$(x-3)(x-1)<0$	$(x-3)^2-9+15<0$
$x=1$ $\quad x=3$	$(x-3)^2+6<0$
$(+)$ $\quad (-)$ $\quad (+)$	≥ 0 $\quad >0$

$x \in (1,3)$

මෙය සත්‍ය නොවේ
විසඳුමක් නැත.

⑩ $x + 2|x-1| > 2|x+1| - 3$



$x - 2(x-1) > -2(x+1) - 3$

$x > -7$

$x - 2(x-1) > 2(x+1) - 3$

$x < 1$

$x + 2(x-1) > 2(x+1) - 3$

$x > 1$

$x \in (-7, 1) \cup (1, +\infty)$

වීජීය ක්‍රමයේ විශේෂ ක්‍රම

* අසමානතාවයේ දෙපසම ඍණ නොවන බව දන් නේ නම් දෙපසම වර්ග කිරීම මගින් සමානතාවලෙස අසමානතාවය විසඳිය හැකිය

උදා: ① $|x-2| \leq 1$

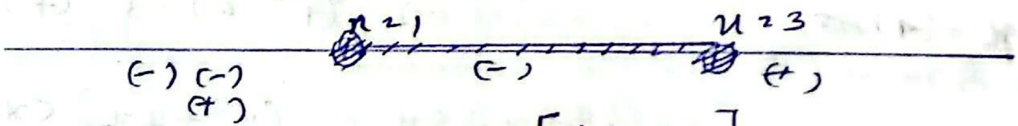
$(x-2)^2 \leq 1^2$

$(x-2)^2 - 1^2 \leq 0$

$[(x-2)-1][(x-2)+1] \leq 0$

$(x-3)(x-1) \leq 0$

$x = 3 \quad x = 1$



$x \in [+1, +3]$

② $|x+2| > |2x+1|$

$(x+2)^2 - (2x+1)^2 > 0$

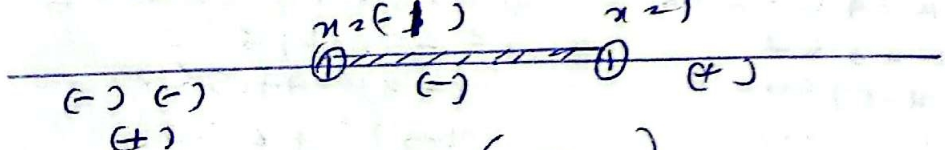
$[(x+2) - (2x+1)][(x+2) + (2x+1)] > 0$

$(-x+1)(3x+3) > 0$

$-3(x+1)(x-1) > 0$

$(x+1)(x-1) < 0$

$x = (-1) \quad x = 1$



$x \in (-1, 1)$

$y = f(x)$ මගින් $y = f(|x|)$ ඇඳීම

$y = |f(x)| \neq y = f(|x|)$

පියවර: $y = f(x)$ ඇඳීම

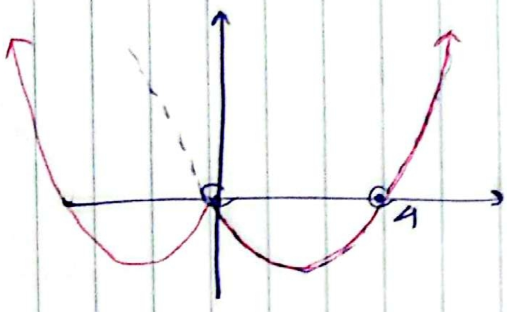
x වල ⊕ අගයන් වලදී y වෙනස් නොවෙයි.

x වල ⊖ අගයන් වලදී y අක්ෂයෙන් ලබන්

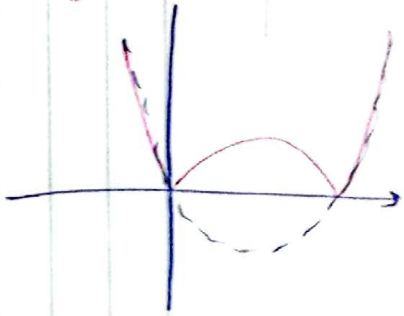
⊕ අගයන්ගේ ප්‍රතිබිම්බය ඇඳීම

① $y = |x|^2 - 4|x|$

- $y = x^2 - 4x$
- $y = |x|^2 - 4|x|$

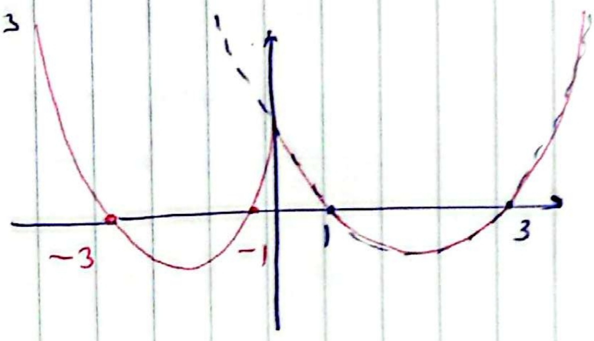


$y = |x^2 - 4x|$



② $y = |x|^2 - 4|x| - 3$

- $y = x^2 - 4x - 3$

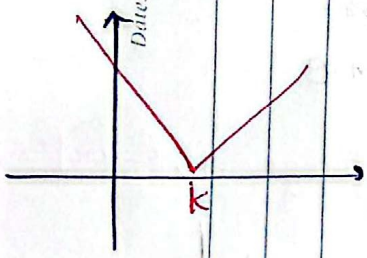


Note: මූලිකයක මූල වලින් ~~[illegible]~~ මනාවක් නැති [illegible] අගය නිර්ණය කෙරේ.

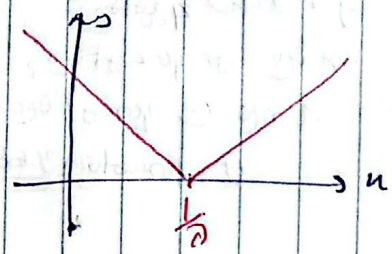
$y = f(x)$ මගින් $y = \frac{1}{f(x)}$ ඇඳීම

ചില ലളിതമായ ഗ്രാഫുകൾ

① $y = |x - k|$ $k \in \mathbb{R}^+$



② $y = |ax - 1|$ $a \in \mathbb{R}^+$



① $\left|\dfrac{2x+1}{x-3}\right| > 1$

$\dfrac{|2x+1|}{|x-3|} > 1$

① — $|2x+1| > |x-3|$ $(x \neq 3)$

[illegible]

• $\dfrac{|2x+1|}{x} > 1 \Rightarrow |2x+1| > x$ ✗

x (+) [illegible] (−) [illegible] 0 [illegible]

$\dfrac{|2x+1|}{2} > 1 \Rightarrow |2x+1| > 2$ ✓

① [illegible]

$(2x+1)^2 > (x-3)^2$

↓